

Резервирование

V. Текст лекции

Введение

Проблема анализа и обеспечения надежности связана со всеми этапами создания ЭВМ и всем периодом их практического использования в ведомстве МЧС.

Комплекс мероприятий по обеспечению и повышению надежности ЭВМ обычно рассматривается на протяжении всего цикла жизни вычислительных средств, а именно, на стадии проектирования, в условиях производства и в процессе эксплуатации ЭВМ.

Рассчитать надежность сложной системы — это значит определить ее показатели надежности по известным показателям надежности элементов.

Существует большое количество методов расчёта надёжности. Основными из них являются:

- метод, основанный на применении классических теорем теории вероятностей;
- логико-вероятностные методы;
- топологические методы;
- методы, основанные на теории марковских процессов;
- методы интегральных уравнений;
- методы статистического моделирования.

1. Виды резервирования. Основные понятия и определения

Среди методов повышения надежности, предусматриваемых при проектировании, особое место занимает использование избыточности. **Избыточность** - дополнительные средства (или возможности) сверх минимально необходимых для выполнения ЭВМ заданной функции.

Резервирование - это метод повышения надежности ЭВМ путем введения избыточности.

Особое место, отводимое этому методу, объясняется тем, что резервирование наиболее полно позволяет решить задачу получения требуемой надежности ЭВМ при относительно малонадежных элементах.

В зависимости от вида используемой избыточности различают следующие виды резервирования:

структурное - предусматривающее использование избыточных элементов; в структуре объекта (узлов, блоков, аналогичных имеющимся);

временное - предусматривающее использование избыточного времени;

функциональное - предусматривающее использование способности элементов выполнять дополнительные функции;

информационное - предусматривающее использование способности к восприятию дополнительной информации, поступающей на объект;

нагрузочное - предусматривающее использование способности к восприятию дополнительной нагрузки.

В дальнейшем будем рассматривать лишь структурное резервирование, так как остальные виды относятся к специфическим условиям эксплуатации ЭВМ.

Одним из основных способов повышения надежности систем является **структурное резервирование**, которое предусматривает включение в состав системы дополнительных объектов. Структурное резервирование различается по ряду признаков:

резерв включен постоянно или резервный элемент включается по мере необходимости (резервирование замещением, ненагруженный резерв);

индивидуальное или групповое резервирование;

переход на резервный элемент происходит мгновенно или требуется конечное время на переключение;

система контроля работоспособности и управления резервом абсолютно надежна или имеет конечную надежность и т.д.

Кроме того, следует учитывать вид структуры системы – простые двухполюсные, сетевые, иерархические структуры.

Многообразие видов резервирования привело к созданию десятков различных моделей, учитывающих конкретную специфику систем.

При **структурном резервировании** следует различать следующие понятия:

основной элемент - это элемент структуры машины, минимально необходимый для выполнения ЭВМ заданных функций;

резервный элемент - это элемент, предназначенный для обеспечения работоспособности машины в случае отказа основного элемента;

кратность резерва - отношение числа резервных элементов к числу резервируемых или основных элементов объекта, выраженное несокращенной дробью.

Различают однократное резервирование (дублирование), кратность которого равна единице, и многократное, кратность которого больше единицы.

По **характеру восстанавливаемости резерва** различают:

Резервирование с восстановлением - при котором работоспособности любого основного и резервного элементов в случае возникновения их отказов подлежат восстановлению.

Резервирование без восстановления - когда любой основной или резервный элемент восстановлению не подлежит.

Применение резервирования обычно связано с увеличением веса, объема, стоимости изготовления и эксплуатации ЭВМ. Часто один из этих факторов является лимитирующим. Поэтому возникает необходимость подобрать оптимальный способ резервирования, наилучшим образом отвечающий поставленной задаче.

Под оптимальным резервированием понимают резервирование, обеспечивающее получение наибольшего эффекта повышения надежности с наименьшими затратами. Выбор критерия оптимальности зависит от конкретных условий, т.е. учета конкретных доминирующих факторов.

Присоединение резервных элементов к основным производится параллельно.

Параллельной называется **система**, которая сохраняет свою работоспособность до тех пор, пока работоспособен хотя бы один ее элемент. Предполагается, что все элементы находятся во включенном состоянии с самого начала.

В инженерной практике такой резерв называют нагруженным или горячим. Параллельная система, состоящая из n элементов, описывается при помощи следующей блок-схемы надежности, представленной на рис. 1б.

В каждый момент времени функции системы выполняются основным элементом, а в случае его отказа происходит мгновенное переключение на любой из исправных к данному моменту резервных элементов.

2. Типовые схемы резервирования

2.1. Структурная схема системы

Существуют следующие способы описания функционирования технической системы в смысле ее надежности:

структурная схема;

функции алгебры логики;

граф состояний;

дифференциальные и алгебраические уравнения;

интегральные уравнения.

Опишем эти способы на протяжении темы 4 и приведем примеры их использования.

Каждый элемент сложной системы в структурной схеме изображается в виде геометрической фигуры, чаще всего прямоугольника. Прямоугольники соединяют

линиями таким образом, чтобы полученная структурная схема отображала условия работоспособности. В качестве примера на рис.1 приведены соответственно структурные схемы нерезервированной системы, состоящей из n элементов (а), и системы с раздельным (поэлементным) резервированием (б).

Резервирование элементов осуществляется методами постоянно включенного резерва, замещением и с дробной кратностью $m = 1/2$.

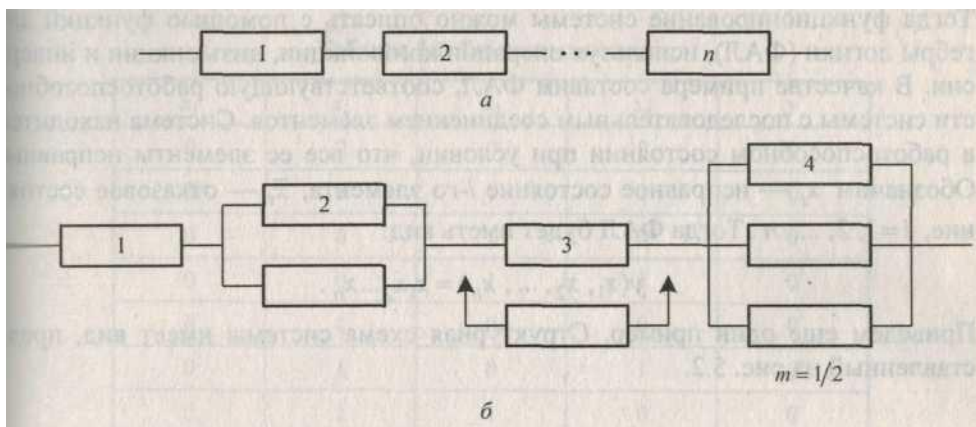


Рис. 1. Структурные схемы нерезервированной (а) и резервированной (б) систем

Из структурных схем наглядно видны условия работоспособности. Система на рис. 1,а работоспособна, если все ее элементы исправны. Отказ любого элемента нарушает работоспособность системы, наступает ее отказ. Система на рис.1,б работоспособна, если исправным является элемент 1 и любой один элемент дублированных пар, а также два любых элемента из трех резервированных с дробной кратностью $m = 1/2$.

Высокая наглядность — основное достоинство этого метода. Его недостатком является далеко не полная информация о функционировании системы. Например, из рис.1 не ясно: ремонтируемая или неремонтируемая система, дублирование осуществлено равнонадежными элементами или нет, какова дисциплина обслуживания системы, если она ремонтируемая (количество ремонтных бригад, приоритетность обслуживания), какова кратность резервирования в случае резервирования с дробной кратностью.

Эти и ряд других недостатков требуют дополнительных описаний условий работоспособности системы. Только при этих условиях можно выполнить анализ системы по критериям надёжности. Следует также иметь в виду, что структурная схема не является математической моделью функционирования системы.

Рассмотрим систему с простой двухполюсной структурой, которая характеризуется следующими признаками:

- один элемент (например, Э1) является основным, а все остальные резервными.
- Всего элементов n , резервных элементов $m = n - 1$. Кратность резервирования $1/(n - 1)$;
- резервные элементы включены постоянно;
- переключение на резерв при отказе любого элемента происходит мгновенно;
- надёжность системы управления резервом не учитывается.

Рассмотрим систему, состоящую из n параллельно соединенных элементов (рис.2).

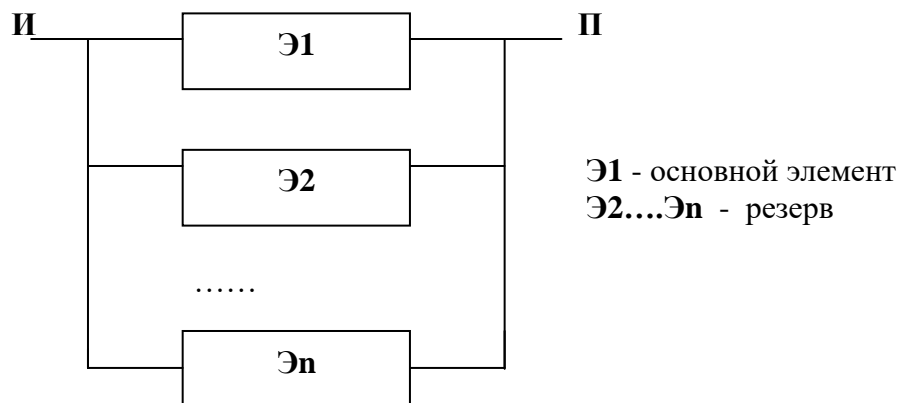


Рис.2. Структурная схема из n параллельно соединенных элементов. И-источник потока, П-приёмник (получатель).

2.2. Структурные схемы систем с резервированием

В зависимости от уровня выделяют следующие виды резервирования:

общее, при котором резерв предусматривается на случай отказа ЭВМ в целом(рис.2);

раздельное, при котором резерв предусматривается на случай отказа отдельных элементов машины или их групп (рис.3).

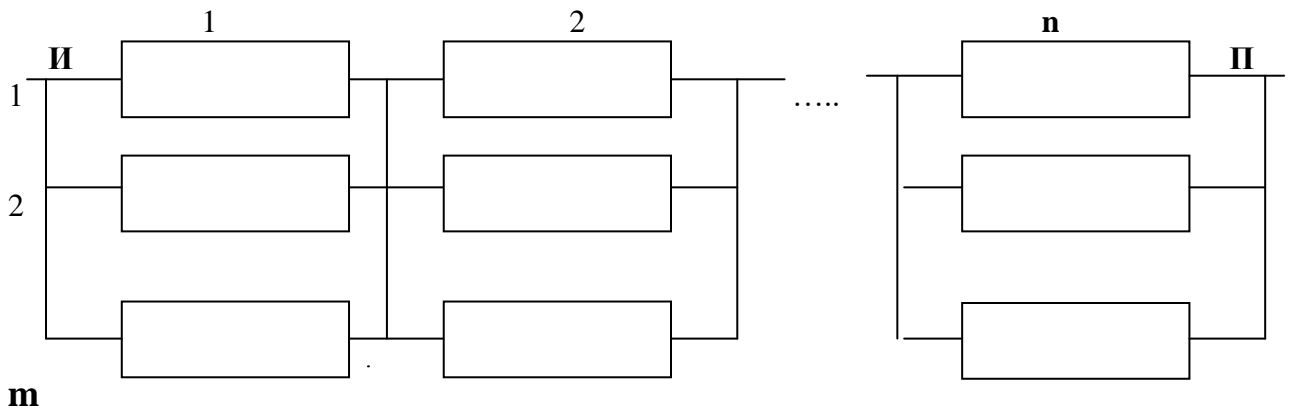


Рис.3. Раздельное резервирование, n -число подсистем, m -число элементов в п\с. смешанное, предусматривающее совмещение различных видов резервирования.

Существует три способа включения резерва: постоянное, замещение и скользящее.

Постоянное резервирование, при котором резервные элементы участвуют при работе ЭВМ наравне с основными. При этом резервные элементы находятся в том же режиме, что и основные, и их ресурс расходуется с начала работы ЭВМ (рис. 2,3). Это недостаток постоянного резервирования.

Основным достоинством постоянного резервирования является: простота и мгновенная готовность резерва к работе, т.к. нет необходимости подключения резерва.

Резервирование замещением - это такое резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента (рис.4).

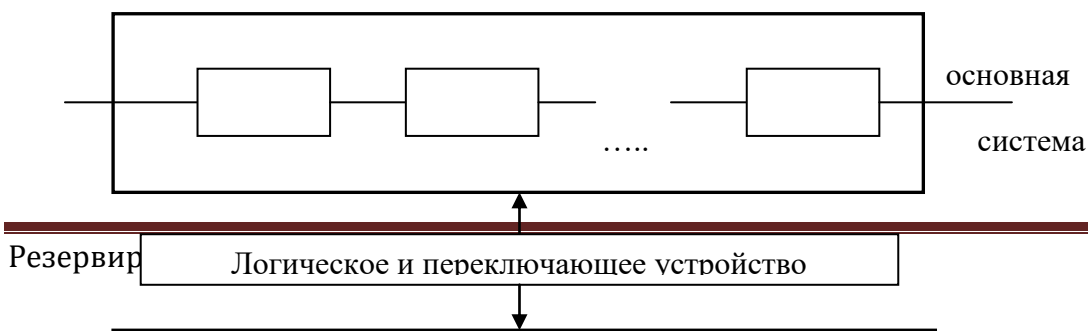


Рис. 4. Резервирование замещением.

При резервировании замещением обязательно наличие коммутирующего устройства (К) для подключения резервных элементов взамен отказавших основным.

Преимущества этого способа заключаются в сохранении ресурса работы резервных элементов. Недостатки: необходимость коммутирующего устройства, затраты времени на переключение резерва и выход его на рабочий режим, ненадежность коммутаторов.

Скользящее резервирование - резервирование замещением, при котором группа основных элементов резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой элемент в данной группе (рис.5).



резервные элементы.

Рис. 5. Скользящее резервирование

Скольльзящее резервирование позволяет при относительно небольших затратах (т.к. количество резервных элементов меньше числа основных) повысить надежность ЭВМ.

В зависимости от режима работы различают следующие резервы: нагруженный - резервный элемент находится в том же рабочем режиме, что и основной элемент (рис.2,3);

облегченный - резервный элемент находится в менее нагруженном рабочем режиме, чем основной;

ненагруженный - резервный элемент практически не несет нагрузки (рис. 4,5).

Системы с чисто последовательной или чисто параллельной структурой встречаются на практике довольно редко. Чаще приходится иметь дело со смешанными структурами: с параллельно-последовательными системами (параллельное соединение последовательных подсистем) и с последовательно-параллельными системами (последовательное соединение параллельных подсистем), представленными на рис. 6, а также их комбинациями.

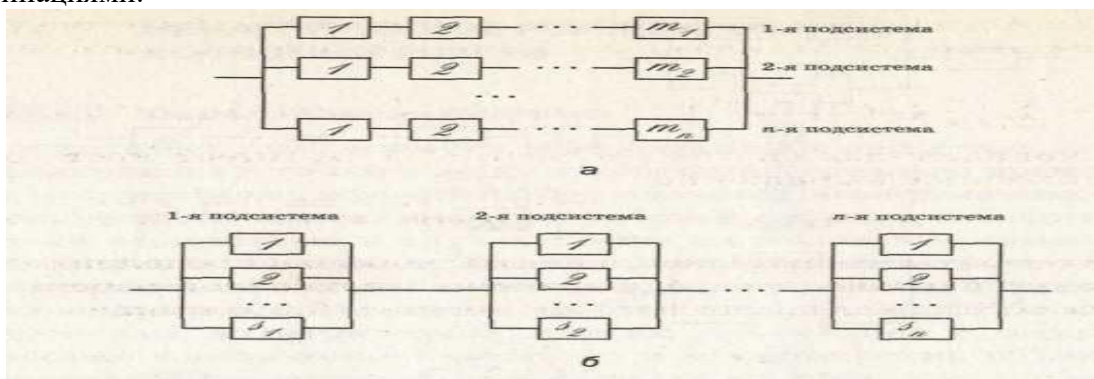


Рис.6. А) Параллельно-последовательная система (параллельное соединение последовательных подсистем). Б) Последовательно-параллельная система (последовательное соединение параллельных подсистем).

3. Основные соотношения для общего и раздельного резервирования

3.1. Общие соотношения

Параллельной называется **система**, которая сохраняет свою работоспособность до тех пор, пока работоспособен хотя бы один ее элемент. Предполагается, что все элементы находятся во включенном состоянии с самого начала.

В инженерной практике такой резерв называют **нагруженным** или **горячим**. Параллельная система, состоящая из **n** элементов, описывается при помощи блок-схемы надежности, представленной на рис. 1б.

В каждый момент времени функции системы выполняются основным элементом, а в случае его отказа происходит мгновенное переключение на любой из исправных к данному моменту резервных элементов.

Булева функция, удовлетворяющая этому требованию, имеет вид

$$\varphi(x) = \bigcup_{i=1}^n x_i = x_1 \cup x_2 \cup \dots \cup x_n, \quad (2.22)$$

или

$$\varphi(x) = \max_{1 \leq i \leq n} x_i. \quad (2.23)$$

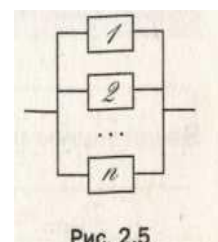


Рис. 2.5

Вероятность безотказной работы невосстанавливаемой системы, состоящей из n параллельно включенных элементов, определяется через вероятность дополнительного события. Параллельно соединение элементов неработоспособно тогда, когда произошел отказ всех элементов.

Воспользовавшись правилом де Моргана, можно записать удобное выражение для структурной функции параллельной системы:

$$\varphi(x) = \bigcup_{i=1}^n x_i = \overline{\bigcap_{i=1}^n \bar{x}_i}, \quad (2.24)$$

из которого следует выражение для ВБР в виде

$$P_{\text{сист}} = E\{\varphi(x)\} = h(p) = 1 - \prod_{i=1}^n q_i. \quad (2.25)$$

Формула (2.25) имеет простое физическое объяснение: система отказывает при отказе всех ее элементов, а ВБР находится как вероятность дополнительного события.

Отметим следующие свойства параллельной системы:

с увеличением числа элементов системы ее надежность при прочих равных условиях повышается;

надежность системы в целом всегда выше, чем надежность любого из ее элементов (в том числе и наилучшего).

Таким образом:

Вероятность отказа системы

$$Q_C(t) = q_1(t) q_2(t) \dots q_n(t) = (1-p_1(t))(1-p_2(t)) \dots (1-p_n(t)), \quad (3.1)$$

где $q_i(t)$ – вероятность отказа, а $p_i(t)$ – вероятность безотказной работы элемента i в течении времени t ($i=1, 2, \dots, n$).

Вероятность безотказной работы системы

$$P_C(t) = 1 - Q_C(t) = 1 - (1-p_1(t))(1-p_2(t)) \dots (1-p_n(t)). \quad (3.2)$$

Учитывая, что плотность отказов $f(t) = dQ(t)/dt$, тогда

$$f_C(t) = f_1(t)q_2(t) \dots q_n(t) + q_1(t)f_2(t)q_3(t) \dots q_n(t) + \dots + q_1(t)q_2(t) \dots q_{n-1}(t)f_n(t). \quad (3.3)$$

Интенсивность отказов системы $\lambda_C(t)$

$$\lambda_C(t) = f_C(t) / P_C(t).$$

Отказ системы наступает при отказе элемента с максимальным временем наработки до отказ $t_C = \max(t_1, t_2, \dots, t_n)$.

3.2. Основные соотношения при экспоненциальное распределении времени до отказа

В случае, когда все элементы одинаковы по надежности, а интенсивность отказа не зависит от времени (простейший поток отказов):

вероятность безотказной работы

$$P_C(t) = 1 - Q_C(t) = 1 - (1 - \exp(-\lambda t))^n; \quad (3.4)$$

интенсивность отказов

$$\lambda_C(t) = [dP_C(t)/dt] / P_C(t) = n \lambda \exp(-\lambda t) * (1 - \exp(-\lambda t))^{n-1} / P_C(t). \quad (3.5)$$

Если элементы системы имеют идентичное экспоненциальное распределение времени до отказа и являются высоконадежными, т. е. $q(t) \ll 1$, то можно записать приближенную формулу:

$$P_{\text{сист}}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n \approx 1 - \lambda^n t^n \approx \exp[-(\lambda t)^n].$$

(3.6)

Иначе говоря, для малых t распределение момента появления отказа параллельной системы хорошо приближается распределением Вейбулла — Гнеденко с параметрами $a = A$, и $p = n$.

Среднее время безотказной работы параллельной системы в общем случае можно найти лишь путем численного интегрирования.

В случае экспоненциального распределения и идентичных элементов интегрирование функции вероятности безотказной работы не вызывает затруднений. Действительно, используя (3.6), можно записать:

$$T_{\text{сист}} = \int_0^{\infty} [1 - (1 - \exp(-\lambda t))^n] dt.$$

Введя новую переменную $y = 1 - \exp(-\lambda t)$, можно записать

$$T_{\text{сист}} = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 \frac{1 - y^n}{1 - y} dy = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 (1 + y + y^2 + \dots + y^{n-1}) dy$$

или окончательно

$$T_{\text{сист}} = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}.$$

(3.7)

Следует отметить, что среднее время безотказной работы параллельной системы с нагруженным резервом растет довольно медленно с ростом числа резервных элементов. В табл. 3.1 приведен расчет для экспоненциального распределения, которое, кстати, дает еще относительно большой рост по сравнению с большинством стареющих распределений. В то же время мы видим, что такой вид резервирования очень эффективен для повышения ВБР.

Таблица 3.1

Число элементов в параллельной системе	Относительный рост среднего времени работы системы
1	1
10	2.88
100	5.18
1000	6.48

Теоретически путем резервирования возможно добиться любой заданной вероятности безотказной работы. Но такой способ повышения надежности связан с существенным ростом материальных затрат. А с ростом кратности резерва возрастает сложность реализации контроля и управления в системе, что также сказывается на надежности.

3.3. Основные соотношения при условии равнонадёжности элементов

Определим безотказность объекта, состоящего из n параллельно соединенных элементов (рис.2).

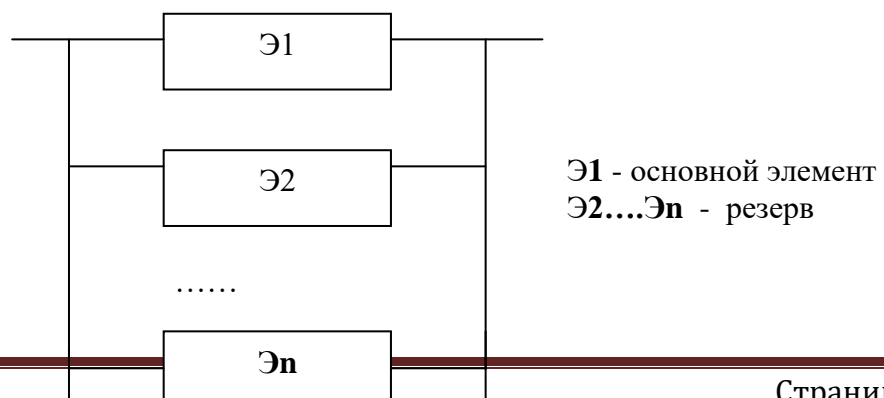


Рис.2. Структурная схема из n параллельно соединенных элементов

Вероятность отказа системы (ВОС) :

$$Q = q_1 * q_2 * \dots * q_i * \dots * q_n = \prod_{i=1}^n q_i$$

где q_i - вероятность отказа i -го элемента.

Если все элементы системы равнонадёжны, то

$$Q = q^n .$$

Вероятность безотказной работы (ВБР) системы:

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^n q_i = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i) .$$

При равнонадёжных элементах:

$$P = 1 - (1-p)^n .$$

Из полученных выражений следует, что безотказность параллельно соединенных элементов всегда будет выше безотказности одного элемента. Выбирая соответствующее количество параллельных ветвей, можно с помощью относительно малонадежных элементов обеспечить высокую надежность объекта (ЭВМ).

3.4. Системы со смешанной структурой

Системы с чисто последовательной или чисто параллельной структурой встречаются на практике довольно редко. Чаще приходится иметь дело со смешанными структурами: с параллельно-последовательными системами (параллельное соединение последовательных подсистем) и с последовательно-параллельными системами (последовательное соединение параллельных подсистем), представленными на рис. 7, а также их комбинациями.

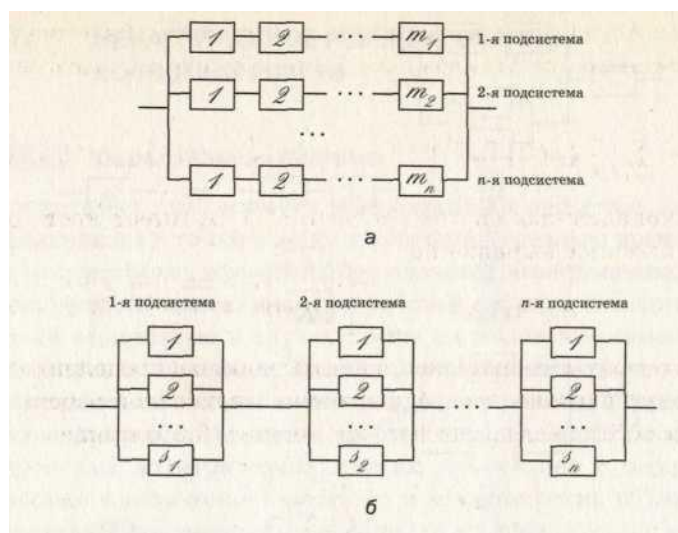


Рис.7. А) параллельно-последовательная система (параллельное соединение последовательных подсистем). Б) последовательно-параллельная система (последовательное соединение параллельных подсистем).

Для параллельно-последовательной структуры, представленной на рис. 7,а, ВБР записывается как

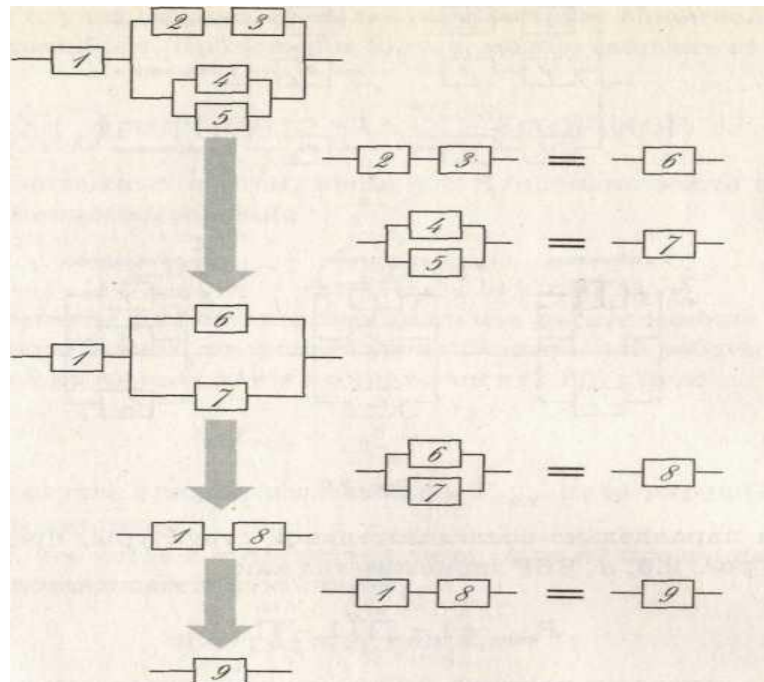
$$P_{\text{сист}} = 1 - \prod_{j=1}^n \left(1 - \prod_{i=1}^{m_j} p_{ij} \right),$$

где m_j — число элементов в j -й группе последовательно соединенных элементов.
Для последовательно-параллельной структуры (рис. 7, б) имеем

$$P_{\text{сист}} = \prod_{j=1}^n \left(1 - \prod_{i=1}^{s_j} q_{ij} \right),$$

здесь s_j — число элементов в j -й группе параллельно соединенных элементов.

В общем случае системы имеют гораздо более сложные смешанные структуры. Однако они почти всегда редуцируются до более простых систем, т. е. являются приводимыми структурами. Пояснить это удобнее всего с помощью конкретного примера. Рассмотрим смешанную структуру (рис. 8) и проведем с ней процедуру редукции блок-схемы надежности.



Сначала выделим две подсистемы: последовательную из элементов 2 и 3 и параллельную из элементов 4 и 5, преобразовав эти фрагменты в соответствующие эквивалентные элементы 6 и 7. Затем элементы 6 и 7 преобразовываются в эквивалентный элемент 8. Наконец, вся система сводится к последнему эквивалентному элементу 9.

Построение выражения для вероятности безотказной работы системы начнем с конца. Ясно, что $R_{\text{сист}} = r_9$. Далее, $r_9 = r_1 r_8$. Подставляя $r_8 = 1 - q_6 q_7$, получаем $r_9 = r_1 (1 - q_6 q_7)$.

Подставляя $r_6 = r_2 r_3$ и $r_7 = 1 - q_4 q_5$ получаем $r_9 = r_1 (1 - (1 - r_2 r_3) q_4 q_5)$, где искомое $R_{\text{сист}}$ выражено через вероятность безотказной работы «атомарных» элементов.

Предлагаю самостоятельно выполнить расчёты для параллельного соединения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Требования к надежности вычислительных средств определяется в зависимости от степени риска или меры ущерба, наносимого отказами элементов ЭВМ. Для обеспечения высоких показателей надежности требуются значительные материальные затраты, которые сокращаются на ранних стадиях разработки и изготовления аппаратуры.

2. В процессе эксплуатации ЭВМ имеется достаточное количество методов и организационно-технических мероприятий, направленных на повышение надежности ЭВМ, проведение которых не идет в разрез с требованиями технической документации.

3. Резервирование - один из самых эффективных методов повышения надежности ЭВМ. Выбор наилучшего для конкретных условий вида резервирования средств вычислительной техники приводит к существенному повышению значений показателей надежности.